

COMSOL Compiler を用いた加速器電磁場解析 アプリケーションの開発

山本 昌志

(株) オメガソリューションズ, 〒135-0043 東京都江東区.

概要

加速管の設計を支援するため、COMSOL を用いて軸対称電磁場解析に特化した二つのアプリケーションを開発した。TM_{0n} モードの支配方程式を係数形式 PDE に実装し、進行波型加速管の周期セルと誘電体アシスト加速器を二次元固有値問題として計算した。Application Builder により形状入力、解析および結果表示を自動化し、Compiler によりスタンドアロン実行形式に変換した。SUPERFISH および CST との比較では、進行波型セルの共振周波数と RF 特性に良好な一致が得られ、COMSOL の代表計算時間は 3 秒であった。誘電体モデルでは 65 秒で計算できた一方、ソフトウェア間の外挿周波数に差が残り、追加検証の必要性が明らかになった。これらの結果から、COMSOL を基盤として、解析対象と操作を限定したシングルフィジックスの計算環境を構築できることを示した。

キーワード：加速空洞、軸対称電磁場解析、固有値解析、COMSOL Compiler、シングルフィジックス

1 はじめに

加速器では、高周波 (RF) 空洞に蓄えた電磁エネルギーの強い電場により荷電粒子を加速する。加速空洞は、運転周波数に共振させ、高い加速電場を効率よく得られるように設計・製造される。常伝導空洞の無負荷 Q 値は概ね 10,000~50,000 であり、共振帯域は狭い。例えば S バンド (2.856 GHz) の加速管では、共振周波数を数十 kHz の範囲に合わせるため、主要寸法を数 μm の精度で決定する必要がある。したがって設計計算には、形状誤差より十分に小さい数値誤差と、メッシュ収束の確認が求められる。

近年、加速空洞の設計には、CST Studio Suite (以降 CST) [1] や Ansys HFSS [2] などの三次元電磁場解析ソフトウェアが広く用いられている。これらのソフトウェアは加速空洞の設計計算に用いられている。これらは任意形状を扱える一方、導入・運用コストが高く、最適化のための大量の反復設計では形状作成に時間を要する。とくに、空洞寸法が少しずつ異なる多数のセルを計算する場合、汎用性よりも入力の簡潔さが重要になる。

加速空洞のうち完全軸対称な構造は、三次元の Maxwell 方程式を r-z 断面の二次元固有値問題へ帰着できる。この種の計算には、Los Alamos National Laboratory が開発した SUPERFISH [3] が長年利用されてきた。しかし、

公式配布サイトから新規に入手しにくい状態が続いており、既存の設計手順を将来にわたって維持することが課題になっている。また、このソフトウェアは古く、機能の追加が求められている。具体的には、進行波構造の任意のセル位相への対応、群速度の計算および計算の高速化が求められる。

そこで本研究では、COMSOL Multiphysics の係数形式 PDE と固有値スタディを用い、軸対称 TM_{0n} モードを計算する専用アプリケーションを開発した。高次要素と曲線境界を利用して計算精度を確保し、COMSOL Application Builder で寸法入力、モデル生成、解析および結果表示を自動化した。さらに、COMSOL Compiler により、利用者が COMSOL Multiphysics または COMSOL Server の有償ライセンスを持たなくても実行できるスタンドアロンアプリケーションとした。

専用アプリケーションが有効なのは、解析対象の物理現象と形状の型が定まり、寸法や材料定数を変えて反復計算する場合である。図 1 のサイドカップル型加速管や図 2 の進行波型加速管のような周期構造では、形状をパラメータ化することで、利用者はモデルツリーを編集せずに設計変数を走査できる。



図1 サイドカップル型加速管

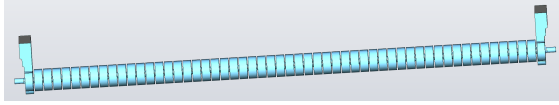


図2 進行波型加速管

本論文では、このように解析対象と操作を限定した小型の計算ツールを「シングルフィジックス」と呼ぶ。汎用のマルチフィジックス環境を開発基盤として用いながら、配布するアプリケーションでは一つの物理現象とパラメーター化した形状に機能を絞り、入力項目と出力項目を設計作業に必要な内容へ限定する。

以下では、軸対称 TM_{0n} モードの支配方程式と境界条件を示した後、進行波型加速管および誘電体アシスト加速管のアプリケーション実装を説明する。最後に、SUPERFISH および CST Studio Suite との比較により、固有周波数のメッシュ収束と計算精度を評価する。

2 軸対称構造の TM_{0n} モード計算の理論

多くの加速空洞は完全軸対称、または軸対称に近い構造をもつ。加速器で主に用いられる加速モードは TM_{010} または TM_{010} -like モードであり、軸上に加速電場 E_z が生じる。本節では、方位角に依存しない TM_{0n} モードをひとつの未知関数で表し、進行波型加速管の周期セルおよび誘電体アシスト加速管を同じ枠組みで計算する方法を示す。

2.1 真空中の固有値方程式

時間依存性を $\exp(-i\omega t)$ とする。方位角に依存しない TM_{0n} モードでは $E_\phi = 0$, $H_r = H_z = 0$ であり、磁場は方位角成分 H_ϕ だけで表される。真空中の光速を c_0 とすると、 H_ϕ の固有値方程式は次式となる。

$$\nabla^2 H_\phi - \frac{H_\phi}{r^2} + \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 H_\phi = 0$$

ここで ∇^2 は円筒座標のスカラーラプラシアンであり、半径方向の $(1/r)\partial/\partial r$ を含む。 H_ϕ を直接離散化すると、対称軸 $r = 0$ で $1/r$ と $1/r^2$ の係数が形式的に特異になる。そこで $u = rH_\phi$ を未知関数とする。正則な TM_{0n} モードでは軸近傍で H_ϕ は r に比例するため、 u は r^2 に比例して滑らかにゼロへ近づく。この変数変換により、固有値方程式は次の形になる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 u = 0$$

完全導体壁では接線電場がゼロであるため、 u には自然境界条件 $\partial u / \partial n = 0$ を課す。対称軸 $r = 0$ では正則性から $u = 0$ とする。COMSOL の固有値を $\lambda = \omega$ と解釈し、その実部を 2π で割って共振周波数を求める。得られた u から磁場と電場を次式で復元する。

$$H_\phi = \frac{u}{r}$$

$$E_r = -\frac{i}{\omega \epsilon_0 r} \frac{\partial u}{\partial z}, \quad E_z = \frac{i}{\omega \epsilon_0 r} \frac{\partial u}{\partial r}$$

支配方程式の導出、変数変換および有限要素法の弱形式の詳細は、文献 [4] に示す。

2.2 進行波の計算方法

図3に進行波型加速管の1周期分の加速セルを示す。周期長を L 、隣接セル間の位相進みを θ とすると、軸方向波数は $k_z = \theta/L$ である。物理場の Bloch 位相を未知関数から分離するため、 u をセル内の未知関数 w と位相因子の積で表す。

$$u(r, z) = w(r, z)e^{ik_z z}, \quad k_z = \frac{\theta}{L}$$

$$w(r, z + L) = w(r, z)$$

この Bloch-Floquet 変換により、セル内の未知関数 w は周期関数となる。COMSOL の Periodic Condition には Continuity を設定し、対応する両端境界で w の値を一致させ、係数形式 PDE の法線方向フラックスを釣り合わせる。Bloch-Floquet 変換と、これに対応する COMSOL の係数および境界条件の設定については、文献 [5] に詳述する。 w が満たす方程式を微分添字で書くと次式となる。

$$w_{rr} + w_{zz} - \frac{1}{r} w_r + 2ik_z w_z + \left[\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - k_z^2\right] w = 0$$

セル位相を変化させて固有角周波数を求めれば分散曲線が得られ、その傾きから群速度を評価できる。本アプリケーションでは、これに加えて、ポインティングベクトルから計算できるセル断面を通過する時間平均電力 P とセル内の時間平均蓄積エネルギー U_{cell} から群速度を計算する。損失と材料分散を無視できる周期構造では、群速度は次式で表されるエネルギー速度と一致する。

$$v_g = \frac{d\omega}{dk_z} = \frac{PL}{U_{cell}}$$

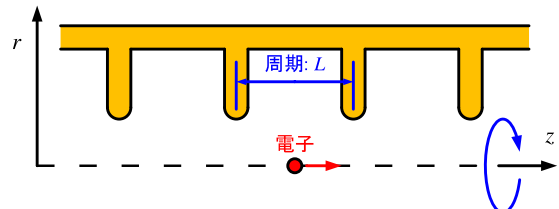


図3. 進行波型加速管の周期セル

2.3 誘電体を含む場合

図4に誘電体アシスト加速管 [6] の軸対称カットモデルを示す。等方・非磁性かつ材料分散を無視できる誘電体を仮定し、比誘電率を

ε_r とすると, $u = rH_\phi$ に対する支配方程式は次式となる.

$$\nabla \cdot \left(\frac{r}{\varepsilon_r} \nabla u \right) - \frac{2}{\varepsilon_r} \frac{\partial u}{\partial r} + r \left(\frac{\omega}{c_0} \right)^2 u = 0$$

真空領域では $\varepsilon_r = 1$, 誘電体領域では各材料の比誘電率を与える. ε_r が領域境界で不連続であっても, 係数を発散形で記述した弱形式により, 接線電場と磁場に関する界面条件が組み込まれる. 金属壁には $\partial u / \partial n = 0$, 対称軸には $u = 0$ を設定し, 同一の固有値解析から共振周波数と電磁場分布を求める. 電場の復元式では ε_0 を $\varepsilon_0 \varepsilon_r$ に置き換える.

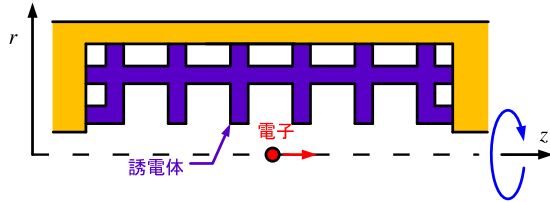


図4. 誘電体アシスト加速管の軸対称カットモデル

3 アプリケーションの作成方法

本アプリケーションは, COMSOL の Model Builder で作成した解析モデルを Application Builder のフォームとメソッドで操作し, COMSOL Compiler でスタンドアロン実行形式に変換したものである.

3.1 解析の設定 (進行波型加速管)

二次元軸対称の Coefficient Form PDE と Eigenvalue を用いる. COMSOL の従属変数 u は, 第 2.2 節の周期関数 w を表す. 画面の固有値方程式とフラックスは次式である.

$$\lambda^2 e_a w - \lambda d_a w + \nabla \cdot \Gamma + \beta \cdot \nabla w + a w = f$$

$$\Gamma = -c \nabla w - a w + \gamma$$

$\nabla = (\partial / \partial r, \partial / \partial z)$, $\nabla \cdot \Gamma = \partial \Gamma_r / \partial r + \partial \Gamma_z / \partial z$ とする. 円筒座標の補正項は係数に含める. 全領域に以下を入力する (ベクトルは r, z の順).

$$c = -1 \quad a = -k_z^2 \quad f = 0$$

$$e_a = (1/c_{\text{const}})^2 \quad d_a = 0$$

$$\alpha = (0, -ik_z) \quad \beta = (-1/r, ik_z)$$

$$\gamma = (0, 0)$$

c_{const} は COMSOL 組込みの真空光速である. k_z は波数である. 正の固有値 $\lambda = \omega$ から, $\Re(\lambda) / (2\pi)$ で周波数を求める.

金属壁の Flux/Source では, g (Boundary Flux/Source), q (Boundary Absorption/Impedance Term) をともに 0 とする. 一般形と代入後の式は次のとおりである.

$$-n \cdot \Gamma = g - q w$$

$$\frac{\partial w}{\partial n} + ik_z n_z w = 0$$

n は外向き単位法線である. これは物理場 $u = w \exp(ik_z z)$ の完全導体条件 $\partial u / \partial n = 0$ に対応する. 位相補正は α に含まれるため, q に $ik_z n_z$ を加えない. 対称軸 $r = 0$ は Dirichlet Boundary Condition で従属変数を 0 に固定する.

セル両端には Periodic Condition の Continuity を用いる. 対応点で w が連続となり, 外向き法線フラックスが釣り合う (s: source, d: destination).

$$w_d = w_s, \quad n_d \cdot \Gamma_d = -n_s \cdot \Gamma_s$$

同じ r の平行な両端では, w と同一の $+z$ 方向の微分 $\partial w / \partial z$ が周期的になる. 物理場の位相差は $\exp(ik_z L)$ で復元し, 周期条件に位相因子を重ねて設定しない.

3.2 解析の設定 (誘電体アシスト加速器)

従属変数を $u = rH_\phi$ として構造全体を計算する. 領域変数 ε_r (入力名 eps_r) に真空では 1, 誘電体では材料の比誘電率 (本比較では 9.64) を与える. 全領域の Coefficient Form PDE に以下を入力する.

$$c = -1/\varepsilon_r, \quad a = 0, \quad f = 0$$

$$e_a = (1/c_{\text{const}})^2, \quad d_a = 0$$

$$\alpha = (0, 0), \quad \beta = (-1/(r\varepsilon_r), 0), \quad \gamma = (0, 0)$$

一般形の w を u に置き換えて代入すると, 次式を得る (∇ は第 3.1 節と同じ).

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_r} \nabla u \right) - \frac{1}{r\varepsilon_r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\lambda^2}{c_0^2} u = 0$$

r 倍して積の微分を用いると第 2.3 節の式に一致する. 界面では ε_r が不連続となるため, 係数 c の発散形を保持して離散化する.

金属壁は Zero Flux の $-n \cdot \Gamma = 0$ とする. $\Gamma = (1/\varepsilon_r) \nabla u$ なので $\partial u / \partial n = 0$ となり, Flux/Source の $g = q = 0$ と等価である. 軸上は Dirichlet Boundary Condition で $u = 0$ とする. 有限長空洞の本モデルには周期条件を用いない.

真空・誘電体界面は共有境界とし, Zero Flux を課さない. 従属変数の連続性と弱形式により, 次の界面条件を満たす (1, 2: 界面両側, n : 両側で共通の向きの法線).

$$u_1 = u_2, \quad \frac{1}{\varepsilon_{r1}} \frac{\partial u_1}{\partial n} = \frac{1}{\varepsilon_{r2}} \frac{\partial u_2}{\partial n}$$

界面では r が共通なので, これらは H_ϕ と接線電場の連続条件を表す. ε_r が異なる場合, $\partial u / \partial n$ 自体は連続でない. 周波数換算は第 3.1 節と同じとし, 実数の比誘電率を用いて誘電体損失を除外する.

3.3 計算処理と画面構成

Application Builder のフォームには, 加速セルの寸法, セル位相, 壁面導電率, 粒子速度, 探索開始周波数, 固有モード数, メッシュ条件および基底関数次数の入力欄を配置した. 形状点を表で入力する誘電体アシスト加速管

にも同じ画面構成を用いた。Geometry と Mesh の各操作を独立させ、計算前に形状と要素品質を確認できるようにした。

Compute ボタンに割り当てたメソッドは、フォームの値をモデルパラメーターへ渡し、形状の再構築、メッシュ生成、固有値計算、後処理を順に実行する。メソッドから COMSOL API を呼び出すため、利用者はモデルツリーを直接編集する必要がない。計算後は、各モードの共振周波数、Q 値、R/Q、シャントインピーダンスおよび群速度を表に出力し、選択したモードの電磁場を Graphics に表示する。誘電体アシスト加速管では、磁気・電気エネルギーと損失も同じ表に出力する。最後に Application Builder の Compiler 機能から実行ファイルを生成した。コンパイル済みアプリケーションは COMSOL Runtime 上で動作し、利用者側に COMSOL Multiphysics または COMSOL Server のライセンスを必要としない。この構成により、解析条件と出力を加速管設計に必要な項目へ限定した計算環境を配布できる。

4 進行波型加速管の加速セルを計算するアプリケーション

第2節の周期セルの定式化を用い、進行波型加速管の共振周波数、電磁場および加速器パラメーターを計算する TW-Acc を作成した。以下では、操作方法と、SUPERFISH および CST による計算との比較を示す。

4.1 進行波加速管の加速セル

図5に計算対象の1周期分のセルを示す。ビーム孔径 $2a$ 、空洞内径 $2b$ 、周期長 D 、ディスク厚さ t および先端の丸み半径 rb を入力して形状を生成する。軸対称性を利用して r - z 断面を離散化し、両端に周期条件を与えることで、1セルから指定した位相進みの進行波を計算する。比較例では位相進みを 120 deg/cell とした。

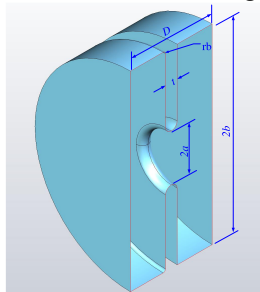


図5 進行波型加速管の加速セル (1 周期)

4.2 ユーザーインターフェース(GUI)

図6に操作画面を示す。左側で形状寸法、位相進み、壁面導電率、粒子速度 β 、探索開始周波数およびモード数を設定する。計算形状が図5の形状に特化しているので、形状入力がとても簡便である。メッシュ寸法、曲線要素

と基底関数の次数も変更できる。Geometry, Mesh, Compute の順に操作し、形状とメッシュを確認して計算を実行する。右側には各モードの周波数、Q 値、R/Q、シャントインピーダンス R および規格化群速度 v_g/c_0 を表示し、選択したモードの電磁場分布を確認できる。

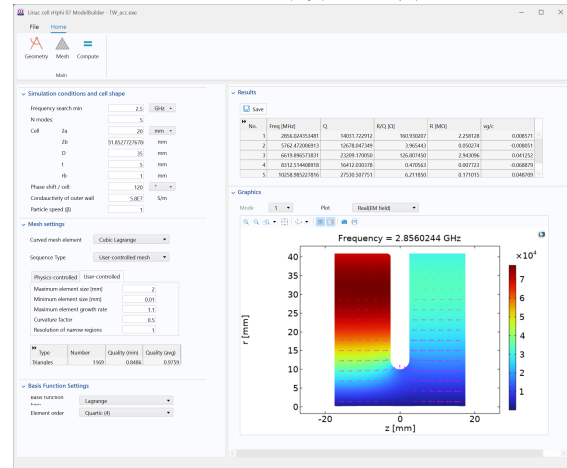


図6 TW-Acc の操作画面 (表示例)

4.3 周波数の計算精度検証

作成したアプリケーションの周波数の精度を他のアプリケーションと比較する。その比較条件を表1に示す。SF は SUPERFISH を表す。SUPERFISH と COMSOL は軸対称二次元計算、CST は三次元計算である。基底関数および曲線・曲面近似の次数を区別して記載した。高次要素の効果は、理論上の収束次数を仮定するだけでなく、実際のメッシュ細分化による周波数の変化から評価する。

SUPERFISH では本比較の 120 deg/cell の周期条件を直接扱わず、3セルの定在波から対応するモードを求めた。CST と COMSOL では1周期を計算したため、計算時間にはモデルの次元数とセル数の違いも含まれる。第4節および第5節の計算時間の測定には、Intel Xeon Platinum 8249C (2.10 GHz) を2基、メモリ 384 GB を搭載した Dell Precision 7920 Tower を用いた。OS は Windows 11 Pro for Workstations (25H2) である。

図7にメッシュサイズ h と共振周波数の関係を示す。SUPERFISH は細分化とともに周波数が低下し、 $h = 0.10 \text{ mm}$ で 2856.041780 MHz となった。CST は $h = 1.394 \text{ mm}$ で 2856.023922 MHz となり、COMSOL の細分化結果 2856.024326 MHz との差は約 0.40 kHz である。COMSOL は $h = 1.753 \text{ mm}$ 以下での変化が約 7 Hz にとどまり、この範囲で周波数がほぼ一定となった。

表 1. 進行波型加速セルの比較条件

	SF	CST	COMSOL
位相 [deg/cell]	120	120	120
基底関数次数	1	3	4
形状近似次数	1	5	4

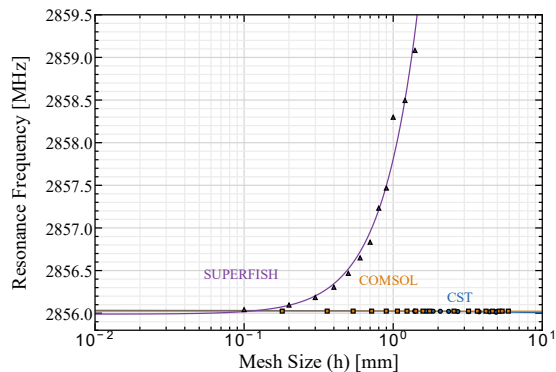


図7 進行波型加速セルの周波数とメッシュサイズ

4.4 計算時間と加速器パラメータの比較

表 2 に代表的なメッシュでの計算結果と計算時間を示す。相対周波数差は $|f - f_{ref}|/f_{ref}$ と定義し、COMSOL の細分化結果に基づく $f_{ref} = 2856.024325$ MHz を共通の参照値とした。これは数値比較の基準であり、厳密解を意味しない。周波数差は元データの丸め前の値から算出した。

COMSOL の計算時間は 3 秒であり、記録された CST の 152 秒、SUPERFISH の 219 秒に対して、それぞれ約 1/51、1/73 であった。この条件では COMSOL の参照値からの周波数差も最も小さい。ただし、同一精度に揃えたベンチマークではなく、各モデルとメッシュ条件における実行時間の比較である。

R/Q の評価では粒子速度を光速 ($\beta = 1$) とした。これら三つのアプリケーション間の Q 値の差は最大約 0.032%、R/Q の差は約 0.015% である。CST と COMSOL の v_g/c_0 はそれぞれ 0.008631 と 0.008630 であり、相対差は約 0.012% となった。周波数に加えて、RF 特性や加速特性も良好な一致が認められた。これらの一致は、本条件における計算結果の妥当性を支持する。

表 2. 進行波型加速セルの特性と計算時間

	SF	CST	COMSOL
h [mm]	0.100	2.356	1.753
f [MHz]	2856.041780	2856.021392	2856.024333
相対差	6.11×10^{-6}	1.03×10^{-6}	2.63×10^{-9}
Q 値	14032.0	14036.2	14031.7
R/Q [Ω]	160.928	160.952	160.928
v_g/c_0	—	0.008631	0.008630
時間 [s]	219	152	3

5 誘電体アシスト加速器の計算アプリケーション

誘電体を含む軸対称空洞に対して、第 2.3 節の定式化を用いた Dielectric Cavity Designer を作成した。真空領域と誘電体領域を同一モデルで扱い、共振周波数と電磁場に加えて、蓄積エネルギー、壁面損失および加速器パラメータを評価する。

5.1 誘電体アシスト加速器の構造

図 8 に計算対象の誘電体アシスト加速器を示す。金属空洞内に環状の誘電体構造を配置し、電磁場分布を制御して高い Q 値を得る構成である。計算は r-z 断面で行い、真空と誘電体の界面、金属壁および対称軸に第 2.3 節の条件を適用する。

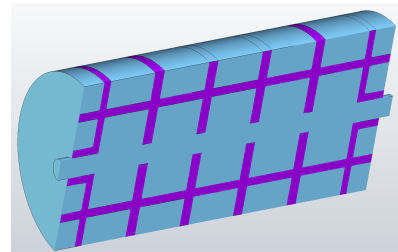


図8 誘電体アシスト加速器。紫色部が誘電体（比誘電率 9.64）

5.2 ユーザーインターフェース(GUI)

図 9 に操作画面を示す。複雑な断面形状に対応するため、外周境界と誘電体境界の座標列 (r, z , 単位 mm)、各領域の比誘電率、探索条件などを YAML ファイルから読み込む。読み込んだ座標と材料定数は画面左側の表で確認できる。メッシュ条件と基底関数を設定して計算すると、右側にモードごとの周波数、Q 値、R/Q、磁気・電気エネルギーおよび損失が表示される。モードを切り替えて電磁場分布を確認し、対象とする加速モードを選択する。

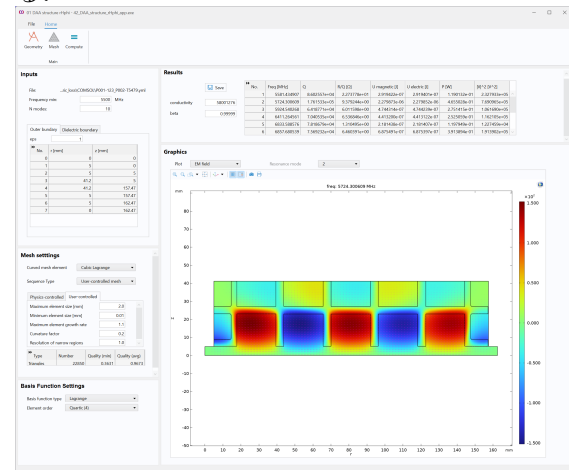


図9 Dielectric Cavity Designer の操作画面（表示例）

5.3 周波数の計算精度の検証

産業技術総合研究所の佐藤大輔博士から提供された形状と比較データ [6]を用い、約 5724 MHz の加速モードを比較した。計算条件を表 3、メッシュサイズと共振周波数の関係を図 10 に示す。

図中の曲線は $f(h) = f_0 + a_0 h^p$ による重み付き最小二乗近似であり、重みを h^{-1} とした。 h の単位を mm, f の単位を MHz とすると、外挿値 f_0 は SUPERFISH が 5724.821512 MHz, CST が 5723.976801 MHz, COMSOL が 5724.076002 MHz である。近似指数 p はそれぞれ 3.175, 1.057, 1.840 となった。これらは今回のデータ範囲での近似値であり、離散化法の理論収束次数や厳密解を表すものではない。

COMSOL の外挿値に対し、CST は約 99 kHz (1.73×10^{-5})、SUPERFISH は約 746 kHz (1.30×10^{-4}) の差を残した。また、SUPERFISH は $h = 0.06$ mm で 5724.809580 MHz の最小値をとり、さらに細分化しても単調には近づかなかった。この結果だけから原因を特定することはできず、界面・形状の表現、境界条件および外挿範囲の影響を確認する必要がある。したがって、3つのアプリケーションが共通の周波数に収束したとは結論しない。

表 3. 誘電体アシスト加速器の比較条件

	SF	CST	COMSOL
基底関数次数	1	3	4
形状近似次数	1	5	4

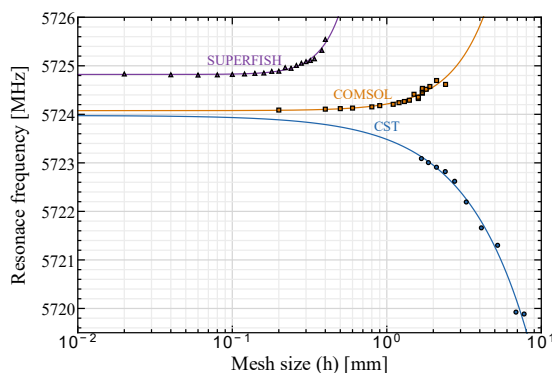


図 10. 誘電体アシスト加速器の周波数とメッシュサイズ。曲線はべき乗近似

5.4 計算時間と加速器パラメータの比較

表 4 に代表的な計算結果を示す。相対周波数差には COMSOL の外挿値 $f_{ref} = 5724.076002$ MHz を共通の参照値として用いた。CST と SUPERFISH の値はそれぞれ約 1.73×10^{-4} , 1.29×10^{-4} であり、COMSOL の約 1.9×10^{-6} より大きい。これらは参照値との差であり、外挿の不

確かさを含めた絶対精度を保証する値ではない。

表 4. 誘電体アシスト加速器の特性と計算時間

	SF	CST	COMSOL
h [mm]	0.040	1.674	0.208
f [MHz]	5724.815	5723.088	5724.087
相対差	1.29×10^{-4}	1.73×10^{-4}	1.9×10^{-6}
Q 値	167039.0	176076.0	176159.4
R/Q [Ω]	409.270	447.878	447.394
時間 [s]	73	2072	65

COMSOL の計算時間は 65 秒、CST は 2072 秒、SUPERFISH は 73 秒であった。COMSOL は CST の約 32 分の 1 の時間で計算できたが、周波数差が異なるため、同一精度での速度比ではない。CST と COMSOL の Q 値の差は約 0.047%、R/Q の差は約 0.108% である。一方、SUPERFISH は COMSOL に対し Q 値が約 5.18%、R/Q が約 8.52% 低く、周波数だけでなくエネルギー・損失・加速電圧の評価にも差が認められる。R/Q は粒子速度と積分・規格化の定義に依存するため、これらを揃えた検証が必要である。本計算では比誘電率を実数とし、Q 値は金属壁の損失から評価した。誘電体損失を含む実機の Q 値とは区別する。

6 考察

6.1 COMSOL によるシングルフィジックスの実現

本研究により、COMSOL を開発基盤として、解析対象と操作を限定した「シングルフィジックス」のアプリケーションを実現できることを示した。係数形式 PDE に支配方程式を実装し、Application Builder で入力・計算・結果表示を一つの画面にまとめ、Compiler で配布可能な実行形式に変換した。この構成では、COMSOL の数値解析機能を利用しながら、利用者に提示する機能を加速管設計に必要な項目へ絞ることができる。とくに TW-Acc では形状を少数の寸法で指定でき、モデル構築の操作負担を小さくできる。

軸対称性を利用した二次元化は、このような専用化と相性がよい。進行波型セルでは周波数のメッシュ収束と RF 特性の一致が得られ、COMSOL の計算時間は 3 秒であった。一方、誘電体モデルではソフトウェア間の外挿周波数に差が残った。したがって、今回の結果は対象を限定した計算の有効性を示すものであり、すべての構造に対する精度や速度の優位性を保証するものではない。適用範囲を明確にし、メッシュ収束と比較条件を確認することが、専用アプリケーションの信頼性を確保するうえで重要である。

今後は、パラメータスイープと最適化機能を追加し、寸法や材料定数を変えた反復設

計を支援する。販売に向けては、入力値の検査や対象モードの確認を含めた操作性の改善とともに、誘電体界面の扱い、損失および R/Q の評価条件を揃えた検証を進める。

6.2 AI を利用した開発

アプリケーション開発では、AI コーディング支援ツール Codex を利用し、主に GUI と解析モデルを接続する Java メソッドの作成を進めた。入力値の受け渡しや計算処理の呼び出しなどの実装を支援させることで、開発作業を効率化できた。ただし、コードが動作することと物理的に正しい結果を得ることは別である。支配方程式、境界条件、単位系および後処理の定義は開発者が確認し、第 4 節と第 5 節に示したような収束確認と他の計算手法との比較を行う必要がある。

6.3 教育への応用

支配方程式の導出から数値モデルの実装、GUI の作成、実行形式への変換までを一つの環境で扱えることは、教育にも有用と考えられる。学習者は、寸法や境界条件の変更が電磁場と共振周波数に及ぼす影響を、計算結果として確認できる。さらに、自ら作成したモデルを他者が操作できるアプリケーションにまとめる過程で、入力条件と結果の意味を説明する力を養える。

7 結論

COMSOL Multiphysics の係数形式 PDE、Application Builder および Compiler を用い、進行波型加速管の周期セルと誘電体アシスト加速器を対象とする二つの電磁場解析アプリケーションを開発した。軸対称 TM_{0n} モードの二次元固有値解析と専用 GUI を組み合わせ、形状入力から共振周波数・電磁場・加速器パラメーターの評価までを一体化した。これにより、COMSOL を用いて、対象と機能を限定したシングルフィジックスの計算環境を構築・配布できることを示した。

進行波型セルでは、SUPERFISH および CST との比較から周波数と RF 特性の良好な一致を確認した。誘電体モデルでは外挿周波数に差が残り、界面の扱いと評価条件の検証が今後の課題である。これらの検証を進めるとともに、パラメータスイープと最適化機能を追加し、加速管の反復設計に利用できる計算ツールへ発展させる。

参考文献

- [1] Dassault Systèmes, “CST Studio Suite,” [オンライン]. Available: <https://www.3ds.com/ja/products/simulia/cst-studio-suite>. [アクセス日: 4 9 2026].
- [2] Ansys, Inc., “Ansys HFSS,” [オンライン]. Available: <https://ansys.synopsys.com/ja-jp/products/electronics/ansys-hfss>. [アクセス日: 4 9 2026].
- [3] K. Halbach, R. F. Holsinger, “SUPERFISH—A Computer Program for Evaluation of RF Cavities with Cylindrical Symmetry,” *Particle Accelerators*, vol. 7, pp. 213–222, 1976.
- [4] 山本昌志, “電磁気学 共振空洞 TM_{0n} モード マクスウェルの方程式から弱形式,” 2 5 2026. [オンライン]. Available: http://www.yamamoto10.jp/yamamoto/study/fem/TM0n_resonator/index.html.
- [5] 山本昌志, “COMSOL 加速空洞：進行波型加速管 (TM モード) 偏微分方程式からモデルビルダー,” 14 6 2026. [オンライン]. Available: http://www.yamamoto10.jp/yamamoto/study/accelerator/COMSOL/TW_structure_TM/index.html.
- [6] D. Satoh, M. Yoshida, N. Hayashizaki, “Fabrication and cold test of dielectric assist accelerating structure,” *Physical Review Accelerators and Beams*, vol. 20, no. 9, 091302, 2017. doi: 10.1103/PhysRevAccelBeams.20.091302.

謝辞

誘電体アシスト加速管の計算については、産業技術総合研究所の佐藤大輔博士と議論を行うとともに、計算データを頂いた。ここに深く感謝する。

本研究で使用したアプリケーションソフトウェア (COMSOL Multiphysics) の導入にあたり、経済産業省の「ものづくり・商業・サービス生産性向上促進補助金」による資金援助を受けた。ここに深く感謝する。